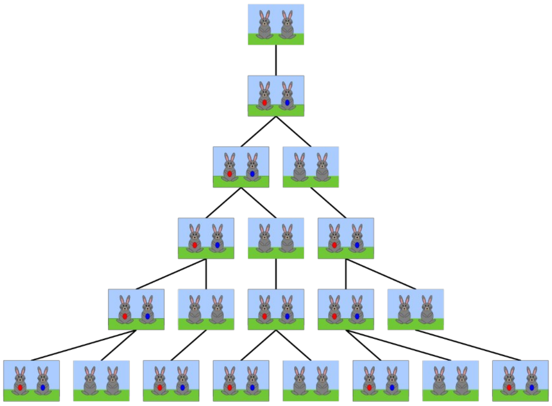
Leonardo da Pisa,

auch **Fibonacci**
(* um 1170 in Pisa; † nach 1240 Ebenda),
war **Rechenmeister** in Pisa und gilt als einer der bedeutendsten Mathematiker des Mittelalters.

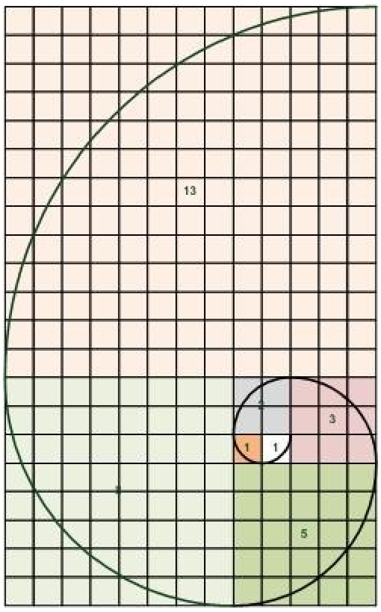
Auf seinen Reisen nach Nordafrika, Byzanz und Syrien machte er sich mit der arabischen Mathematik vertraut und verfasste mit den dabei gewonnenen Erkenntnissen das Rechenbuch Liber ab(b)aci im Jahre 1202 (Überarbeitung der Liber ab(b)aci 1228). Bekannt ist daraus heute vor allem die nach ihm benannte **Fibonacci-Folge**, die im Zusammenhang mit dem Goldenen Schnitt steht.

Die Fibonacci-Folge

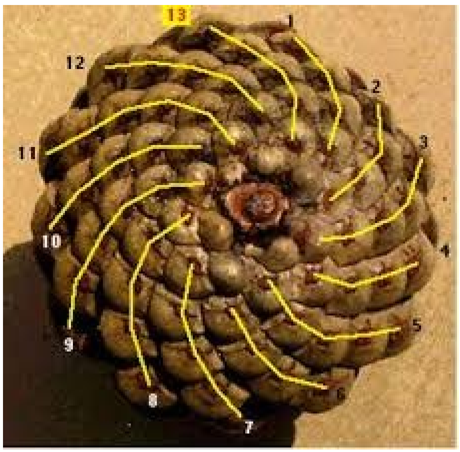
ist eine unendliche Reihe von Zahlen, die mit 0 und 1 beginnt (oder 1, 1). Jede weitere Zahl ist die Summe der beiden vorherigen **Zahlen: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...** Sie wurde um 1200 von Leonardo Fibonacci **zur Beschreibung von Kaninchenpopulationen** eingeführt.



n	Fn	Kaninchen-Population nach Fibonacci	E = erwachsenes Paar J = Jungtier-Paar
1	1	J	Anfängliches Jungtier-Paar aus einem weibl. und einem männl. Kaninchen
2	1	E	J aus Monat 1 erwachsen
3	2	E J	E aus Monat 2 bekommt J
4	3	E E J	J aus Monat 3 erwachsen E aus Monat 3 bekommt 1 J
5	5	E E E J J	J aus Monat 4 erwachsen E aus Monat 4 bekommen je 1 J
6	8	E E E E E J J J	J aus Monat 5 erwachsen E aus Monat 5 bekommen je 1 J
7	13	E E E E E E E E J J J J J	J aus Monat 6 erwachsen E aus Monat 6 bekommen je 1 J
8	21	E E E E E E E E E E E E E J J J J J J J J	usw.
9	34	E E E E E E E E E E E E E E E E E E E E E J J J J J J J J J J J J J	usw.



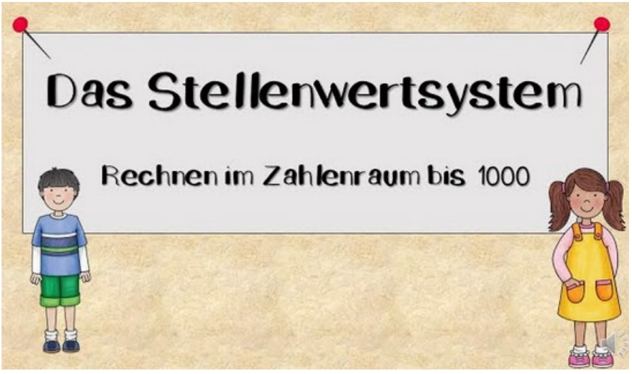
Fibonacci in der Natur



Bildungsvorschrift: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.   Goldener Schnitt:

Goldener Schnitt: Das Verhältnis aufeinanderfolgender Zahlen nähert sich dem Goldenen Schnitt $\phi \approx 1{,}618$.

Rechnen mit 9 Ziffern (Stellenwertsystem)



… Bejaia, entsandt wurde – wofür man als Datum um 1192 annimmt –, ließ er auch Leonardo zu sich kommen, um ihn dort im Rechnen unterrichten zu lassen. Leonardo lernte dort das Rechnen mit den *novem figurae indorum* („neun Ziffern der Inder“), unseren heutigen (indo-arabischen) Ziffern, die den arabischen Mathematikern in Bagdad seit der zweiten Hälfte des 8. Jahrhunderts aus Indien bekannt geworden waren und im 12. Jahrhundert von Spanien (Toledo) aus durch lateinische Übersetzungen aus den arabischen Schriften des Al-Chwarizmi auch im Westen allmählich verbreitet wurden.

Es ist schwierig zu rechnen:

XV / V = ?

Im römischen Zahlensystem ist das nicht so einfach möglich. **Fibonacci** hat deshalb im arabischen Raum das Rechnen mit arabischen Zahlen gelernt, nach Europa gebracht und weiterentwickelt. Basis dazu ist ein **Stellen-Wert-System**, die Zahlen haben je nach Position einen Wert in der Darstellung, die Zahl selbst nur den Zahlenwert (1 bis 9).
Wenn man die Zahl:

2573

schreibt (es ist ja die Darstellung im Stellenwertsystem), dann weiß jeder, dass der Wert der Zahl

2000 + 500 + 70 +3

so berechnet wird, man sagt ja auch:

zwei**tausend** fünf**hundert** drei und zieb**zig**

Die Mathematik hat dafür eine Schreibweise:

$$\mathbf{2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3}$$

Problematisch wird es, wenn eine Stelle nicht vorhanden ist, also wegfällt, z.B. es gibt keinen „Zehner“. Das Stellenwertsystem wusste zunächst damit nichts anzufangen, schreibt man
253

dann ist das Ergebnis falsch, man hat dann dort eine Lücke gelassen

25 3

was man natürlich leicht übersehen konnte. Man hat dann z.T. „Lückenzeichen“ eingefügt irgendwelche Kringel, vielleicht so „**ξ**“ (**25ξ3)** , bis man dann die vollwertige Zahl „**0**“ definiert hat. Es bedarf nun aber auch ein paar Rechenregeln für die 0, denn wir schreiben:

2503

oder mathematisch

$$\mathbf{2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3}$$

und nun muss gelten: $\mathbf{0 \times a = 0}$

Das Ergebnis ist an der Stelle 0 :

$$\mathbf{2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 + 3}$$

Somit muss nun auch gelten: $\mathbf{0 + a = a}$

Die **0** bringt keinen Zuwachs zum Wert der Zahl.
Von der mathematischen Darstellung her, ist die „Einer“-Stelle noch etwas unpassend. Sie müsste nach der Logik her $\mathbf{10^0}$ geschrieben werden und müsste den Wert 1 ergeben, denn es gilt:

$$\mathbf{a \times 1 = a}$$

dann wäre

$$\mathbf{3 \times 10^0 = 3 \times 1 = 3}$$

Die Mathematik definiert:

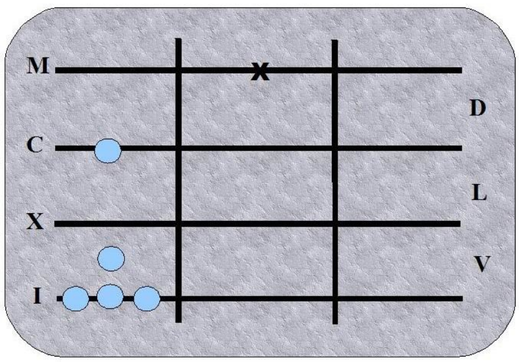
$$\mathbf{a^0 = 1 \quad wenn\ a \neq \infty}$$

Somit kann die Zahl komplett mathematisch beschrieben werden:

$$\mathbf{2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0}$$

Zur Kommunikation brauchen wir nun nur noch die Ziffernfolge **2503** übertragen, wobei stillschweigend vereinbart ist, dass jede Stelle den Wert einer Zehnerpotenz hat.

Diese Überlegungen hat **Fibonacci nach Europa** gebracht und dort versucht sie allgemein zur Anwendung zu bringen.
Einen weiteren großen Anteil an der allgemeinen Anwendung dieses Systems hat **Adam Ries** gehabt, denn er hat das konsequent in Lehrprogrammen umgesetzt und alle Schriften dazu hat er nicht wie üblich in Latein, sondern **in deutscher Sprache** veröffentlicht. Mit Rechenbrettern bzw. mit „**Rechnen auf den Linien**“ hat er diese Art des Rechnens allen Menschen zugänglich gemacht, die Rechenbretter waren erst auf der Basis der Stellenwertsysteme möglich! Und man konnte auch einfach Linien in den Sand zeichnen und mit irgendwelchen kleinen Steinen, Knöpfe oder auch Münzen, den sogenannten Rechenpfennigen das Rechnen an jeder Stelle durchführen, die besseren und schönen Rechenbretter waren nicht notwendig.



Mathematiker, wie z.B. **Leibniz** haben die Zahlendarstellung noch weiter abstrahiert, z.B. so.

$\mathbf{Z \times Ba^i}$ für eine Stelle mit: *Z – Ziffern; Ba – Basis des Zahlensystems*
bzw. für alle:

$\sum \mathbf{Z_k \times Ba^i}$ mit Ba = 10
k = 0 ... 9; i = 0 … ∞

Mit dieser Darstellung sprechen wir vom **10-er-System** bzw. **Dezimalsystem**

Der Mathematiker Leibniz sieht sofort weitere Möglichkeiten, denn wenn das für Ba = 10 gilt, könnte es auch für andere Ba gehen,

z.B. Ba = 2

Dann ist die Anzahl der Ziffern 2, der maximale Wert der Ziffern Ba – 1 = 2 – 1 = 1
daraus folgt:

$\sum \mathbf{Z_k \times Ba^i}$ mit Ba = 2
k = 0,1; i = 0 … ∞

z.B. … $Z_i \times 2^3 + Z_i \times 2^2 + Z_i \times 2^1 + Z_i \times 2^0$

z.B. … **1** x 8 + **1** x 4 + **0** x 2 + **1** x 1 = **1101**

Dafür nun

eintausend einhundert und eins

zu sagen, ist **falsch!** denn die Stellenwerte sind :

$\mathbf{2^1 = 2}$
$\mathbf{2^2 = 4}$
$\mathbf{2^3 = 8}$
$\mathbf{2^4 = 16}$
...

das sind keine Zehner-Potenzen, sondern Zweier-Potenzen und haben deshalb andere Werte. Das Zahlensystem ist ein **Zweier-System** bzw. **Dualsystem**.

$\mathbf{2^0 = 1}$

2 ist ja ungleich ∞ somit ist $\mathbf{2^0}$ eben auch 1

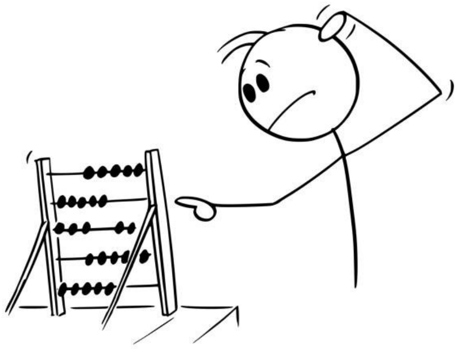
Damit das eindeutig ist, kann man an die Zahl als Index die Basis des Zahlensystems schreiben:

1101 bzw. $\mathbf{1101_{(2)}}$

Man nennt einfach die Folge der Zahlen.

Leibniz hat festgestellt, dass man mit Dual-Zahlen einfach rechnen kann und dass es eine einfache Möglichkeit gibt, in diesem System **arithmetische und logische Funktionen leicht zu verknüpfen** bzw. sie zu realisieren:

a plus b	z.B. **1 plus 0 = 1**	ist eine arithmetische Operation
a und b	z.B. **1 und 0 = 0**	ist eine logische Operation



Das ist die Basis der digitalen Rechenmaschine